

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**ДВНЗ «ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ**  
**ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА»**

Факультет математики та інформатики

Кафедра математичного і функціонального аналізу

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Вступ в нелінійний аналіз**

Освітня програма Математика

Спеціальність 111 Математика

Галузь знань 11 Математики та статистика

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол № 1 від 28 серпня 2020 р.

## **ЗМІСТ**

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Результати навчання (компетентності)
5. Організація навчання курсу
6. Система оцінювання курсу
7. Політика курсу
8. Рекомендована література

<b>1. Загальна інформація</b>	
<b>Назва дисципліни</b>	Вступ в нелінійний аналіз
<b>Викладач (-і)</b>	Федак І.В.
<b>Контактний телефон викладача</b>	<u>(0342)59-60-50</u>
<b>E-mail викладача</b>	<u>ivan.fedak@pnu.edu.ua</u>
<b>Формат дисципліни</b>	Очний
<b>Обсяг дисципліни</b>	6 кредитів ECTS
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	
<b>Консультації</b>	Очні консультації: згідно розкладу консультацій
<b>2. Анотація до курсу</b>	
Вступ в нелінійний аналіз як математична дисципліна дає теоретичні і практичні навички з теорії поліномів, розширює поняття та практичні знання з функціонального аналізу.	
<b>3. Мета та цілі курсу</b>	
<p><b>Мета</b> ознайомлення студентів з основними поняттями та методами в нелінійному аналізі; встановити взаємозв'язок методів таких частин аналізу, як глобальний (нелінійний) аналіз, теорія ліпшицевих відображень, теорія тензорних добутків топологічних векторних просторів, аналітичні функції від нескінченної кількості змінних та ін.; встановлення взаємозв'язку з аналогічними методами та поняттями з інших дисциплін</p> <p><b>Завдання</b> навчити студентів застосовувати набуті знання до розв'язування конкретних задач як з нелінійного аналізу, так і з суміжних дисциплін.</p> <p>У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен <b>знати:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>означення та основні властивості поліномів та аналітичних відображень;</li> <li>властивості тензорних добутків;</li> <li>тензорні норми на просторах з безумовним базисом;</li> <li>означення та основні властивості симетричних поліномів;</li> <li>означення та властивості поліномів Гільберта-Шмідта;</li> <li>означення та властивості G-аналітичних та аналітичних відображень та їх властивості;</li> </ul> <p><b>вміти:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>формулювати основні означення і теореми, застосовувати ці теореми;</li> <li>доводити теореми про властивості перерахованих вище об'єктів;</li> <li>теоретично обґрунтовувати можливості застосування топологічних методів до розв'язання задач;</li> </ul>	
<b>4. Компетентності та результати навчання</b>	
<p>Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.</p> <p>Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях.</p> <p>Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності.</p> <p>Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями.</p> <p>Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел.</p> <p>Здатність працювати автономно.</p> <p>Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.</p>	

Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання.

Здатність до кількісного мислення.

Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем.

Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми.

Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.

Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей.

Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних.

Розв'язувати типові задачі математичного аналізу, алгебри, диференціальних та інтегральних рівнянь, оптимізації за допомогою чисельних методів.

### 5. Організація навчання курсу

Обсяг курсу - 180 год.

Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	30
Практичні	30
самостійна робота	120

#### Ознаки курсу

Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)	Обов'язковий / вибірковий
5	111 Математика	третій	Вибірковий

#### Тематика курсу

Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
<b>Тема 1. Поліноми на банахових просторах.</b> Полілінійні і поліноміальні відображення між банаховими просторами.	Лекція, практичне заняття	[1-5]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	7	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 2. Симетричні тензорні добутки.</b> Симетричні полілінійні відображення. Поляризаційна формула та її різновиди. Поляризаційна нерівність. Тензорні добутки банахових просторів та їхнє застосування до глобальної лінеаризації полілінійних і	Лекція, практичне заняття	[1-10]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	7	До наступного заняття за розкладом

поліноміальних відображень.					
<b>Тема 3. Спеціальні простори поліномів.</b> Е-тензорні норми та Е-поліноми. Спеціальні тензорні норми на просторах з безумовним базисом.	Лекція, практичне заняття	[1-10]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття, розв'язати задачі	8	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 4. Умови неперервності поліномів.</b> Поліноміальні відображення на комутативних групах. Застосування поліномів	Лекція, практичне заняття	[1-10]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	8	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 5. Поліноми Гільберта-Шмідта.</b> Неперервні симетричні поліноми в гільбертовому просторі. Теорема Гільберта-Шмідта.	Лекція, практичне заняття	[2-5]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	7	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 6. Симетричні поліноми.</b> Симетричні і симетричні аналітичні функції на переставно-інваріантних банахових просторах. Симетричні поліноми на $l_p$ . Оператор зсуву на просторі симетричних аналітичних функцій на $l_1$ .	Лекція, практичне заняття	[5-9]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	8	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 7. Продовження поліномів.</b> Ядра поліномів. Ідеали скінченної корозмірності в алгебрах поліномів. Лінійні підпростори в алгебраїчних множинах.	Лекція, практичне заняття	[6]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	7	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 8. G-аналітичні відображення.</b> Теорема про відкритість скінченновідкритих множин у просторі з базисом Гамеля. Властивості G-аналітичних відображень. Принцип тотожності.	Лекція, практичне заняття	[6-10]	Опрацювати лекційний матеріал, пройти тестування до попередніх тем	8	До наступного заняття за розкладом

Інтегральна формула Коші.					
<b>Тема 9. Аналітичні відображення.</b> Аналітичні функції на банаховому просторі. Апроксимація. Теорема про радіус-функцію.	Лекція, практичне заняття	[1-5]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	8	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 10.. Гільбертові простори аналітичних функцій.</b> Гільбертів простір аналітичних функцій, визначених в області $I_1$ . Мультиплікативні функціонали у просторі та деякі оператори композиції. Відтворююче ядро цього простору.	Лекція, практичне заняття	[1-8]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	7	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 11. Зображуючі міри та абстрактні простори Харді.</b> Зображуючі міри деякого характеру з носієм на множині точок піка. Властивості зображуючих мір та відповідних просторів Харді, дія групи ізометрій на цих просторах	Лекція, практичне заняття	[1-6]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	8	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 12. Простори Харді. Аналоги просторів Харді на одиничній кулі.</b> Гільбертові простори (типу Харді) аналітичних функцій на відкритій множині гільбертового простору	Лекція, практичне заняття	[3]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	7	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 13. Приклади гільбертових просторів аналітичних функцій</b>	Лекція, практичне заняття	[4-5]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	5	До наступного заняття за розкладом
<b>Тема 14. Спектри алгебр.</b> Банахові алгебри та алгебри Фреше аналітичних функцій на банаховому просторі. Спектри алгебр аналітичних функцій. Спектри алгебр	Лекція, практичне заняття	[1-10]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	5	До наступного заняття за розкладом

симетричних аналітичних функцій.					
<b>Підсумкове практичне заняття I семестру</b>	Практичне заняття		Контрольна робота		Згідно розкладу
<b>6. Система оцінювання курсу</b>					
Загальна система оцінювання курсу	<p><b>100 бальна</b> – залік;</p> <p><b>“відмінно”</b> – студент демонструє повні і глибокі знання навчального матеріалу, достовірний рівень розвитку умінь та навичок, правильне й обґрунтоване формулювання практичних висновків, наводить повний обґрунтований розв’язок прикладів та задач, аналізує причинно-наслідкові зв’язки; вільно володіє науковими термінами;</p> <p><b>“добре”</b> – студент демонструє повні знання навчального матеріалу, але допускає незначні пропуски фактичного матеріалу, вміє застосувати його до розв’язання конкретних прикладів та задач, у деяких випадках нечітко формулює загалом правильні відповіді, допускає окремі несуттєві помилки та неточності в розв’язках;</p> <p><b>“задовільно”</b> – студент володіє більшою частиною фактичного матеріалу, але викладає його не досить послідовно і логічно, допускає істотні пропуски у відповідях, не завжди вміє правильно застосувати набуті знання до розв’язання конкретних прикладів та задач, нечітко, а інколи й невірно формулює основні твердження та причинно-наслідкові зв’язки;</p> <p><b>“незадовільно”</b> – студент не володіє достатнім рівнем необхідних знань, умінь, навичок, науковими термінами.</p>				
Вимоги до письмової роботи	Відповідно до навчального плану, студент виконує по дві контрольних роботи протягом семестру. Головна її мета – перевірка самостійної роботи студентів в процесі навчання, виявлення ступеня засвоєння ними теоретичних положень курсу. При розв’язанні задач студент має детально вказувати, яким саме був хід його роздумів, якими формулами він користувався.				
Практичні заняття	Практичне заняття проводиться з метою формування у студентів умінь і навичок з предмету, вирішення сформульованих завдань, їх перевірка та оцінювання. За метою і структурою практичні заняття є ланцюжком, який пов’язує теоретичне навчання і навчальну практику з дисципліни, а також передбачає попередній контроль знань студентів. Оцінка за практичне заняття враховується при виставленні підсумкової оцінки з дисципліни.				
Умови допуску до підсумкового контролю	Не менше 50% від сумарної оцінки за: <ul style="list-style-type: none"> <li>– оцінка за поточне тестування (20 балів);</li> <li>– оцінка за відповіді на всі основні та додаткові запитання під час аудиторних занять (30 балів);</li> <li>– оцінка за контрольну роботу (30 балів);</li> <li>– оцінка за самостійну роботу (20 балів).</li> </ul>				
<b>7. Політика курсу</b>					
Самостійне виконання навчальних завдань, завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей).					

Посилання на джерела інформації у разі використання ідей, розробок, тверджень, відомостей.

Надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності, використанні методики досліджень і джерела інформації.

Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат тощо).

Пропущені практичні, семінарські та лабораторні заняття, незалежно від причини пропуску, студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні „2”, отримані студентом під час засвоєння відповідної теми на практичному, семінарському та лабораторному занятті перескладаються викладачеві, який веде заняття до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

#### **8. Рекомендована література**

1. Крейн С. Г. Функциональный анализ. М.: Наука, 1964. – 424 с
2. Колмогоров А.Н., Фомін С.В. Элементы теории функций і функционального анализа. К.: Вища школа, 1974. – 455 с.
3. Рудин У. Функциональный анализ. М.: Мир, 1975. – 443 с.
4. M. Fréchet, Une definition fonctionnelle des polynômes, *Nouv. Ann. Math.* 9 (1909), 145–162.
5. S. Dineen, *Complex Analysis on Infinite Dimensional Spaces*, Monographs in Mathematics, Springer, New York, 1999.
6. S. Banach, *Théorie des opérations linéaires*, Monografie Matematyczne, Warszawa, 1932.
7. Иосида К. Функциональный анализ. М.: Мир, 1967. – 624 с.
8. Едвардс К. Функциональный анализ. Теория и приложение. М.: Мир, 1967. – 1071 с.
9. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Элементы функционального анализа. М.: Наука, 1965. – 519 с.
10. Вайнберг Н. М. Функциональный анализ. М.: Просвещение, 1979. – 128 с.

**Викладач**

**Федак І.В.**