

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ДЕРЖАВНИЙ ВИЩИЙ НАВЧАЛЬНИЙ ЗАКЛАД
«ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНИКА»

Факультет математики та інформатики
Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
«Варіаційне числення і методи оптимізації»

Освітня програма: Математика
Спеціальність: 111 Математика
Галузь знань: 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри
диференціальних рівнянь і прикладної математики
Протокол №1 від 31 серпня 2020 р.

м. Івано-Франківськ – 2020

ЗМІСТ

1. Загальна інформація.
2. Анотація до курсу.
3. Мета та цілі курсу.
4. Компетентності.
5. Результати навчання.
6. Організація навчання курсу.
7. Система оцінювання курсу.
8. Політика курсу.
9. Рекомендована література.

1. Загальна інформація	
Назва дисципліни	Варіаційне числення і методи оптимізації
Рівень вищої освіти	Бакалавр
Викладач	Гой Тарас Петрович
Контактний телефон викладача	8(0342) 596027
E-mail викладача	taras.goy@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Лекції та практичні заняття
Обсяг дисципліни	3 кредити ЄКТС
Посилання на сайт дистанційного навчання	https://d-learn.pnu.edu.ua
Консультації	середа, 15.00-16.00
2. Анотація до курсу	
<p>Чому фахівці з різних галузей змушені вдаватися до математичних методів оптимального керування, зокрема методів варіаційного числення? Як від суто прикладної задачі перейти до її математичної моделі і як після розв'язання моделі повернутися назад? Наскільки адекватна отримана модель реальному об'єкту? Які класи варіаційних задач зустрічаються на практиці? Які проблеми виникають при дослідженні функціоналів на екстремум і як їх вирішувати? У чому суть методу варіацій і прямих методів варіаційного числення? На ці і багато інших близьких питань бакалаври спеціальності Математика отримають відповіді у курсі «Варіаційне числення і методи оптимізації». Гармонійне поєднання в цьому курсі математичного аспекту (теорія оптимізації) з прикладним (дослідження операцій) робить його однаково привабливим як для теоретиків, так і для практиків.</p>	
3. Мета та цілі курсу	
<p>3.1. Мета викладання дисципліни. Ознайомити студентів з основами класичного варіаційного числення і основним арсеналом методів оптимізації. Сформувати у них кругозір щодо застосування цих методів для математичного моделювання прикладних задач з різних галузей людської діяльності поза математикою.</p> <p>3.2. Цілі вивчення дисципліни. Студент повинен засвоїти основні поняття теорії оптимізації, як-от, поняття локального і глобального екстремумів функцій від багатьох змінних та тісно пов'язаного з ними поняття диференціалу функції, та розуміти як ці поняття узагальнюються на випадок функціоналів (сильний і слабкий екстремуми, диференціали Фреше і Гато, перша і друга варіації за Лагранжем) і як їх використати в рамках методу варіацій для отримання необхідних та достатніх умов екстремуму функціоналів варіаційних задач. Важливо виробити вміння знаходити екстремалі варіаційних задач як розв'язки відповідних крайових задач і аналізувати, чи вони реалізують екстремуми цільових функціоналів. З іншого боку, важливо розуміти потребу в застосуванні прямих методів варіаційного числення, що дозволяють розглядати варіаційну задачу як граничну для деякої задачі на екстремум функції від багатьох</p>	

змінних.

4. Компетентності

Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;
Здатність працювати автономно;
Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків;
Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
Здатність до кількісного мислення;
Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;
Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей.

5. Результати навчання

Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями.

Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей.

Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних.

6. Організація навчання курсу

Обсяг курсу

Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	12
практичні заняття	18
самостійна робота	60

Ознаки курсу

Семестр	Спеціальність, освітня програма	Курс (рік навчання)	Нормативний/ вибірковий
7	111 Математика, Математика	4	Вибірковий

Тематика курсу					
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
Математичні моделі оптимізаційних задач <i>Поняття про задачі оптимізації. Процедура формалізації і класифікація оптимізаційних задач. Змістовні постановки і математичні моделі деяких прикладних оптимізаційних задач.</i>	лекція	[1, с. 5-16], [2, с. 4-17], [3, с. 4-12], [5, с. 5-12]	Опрацювати матеріал лекції з рекомєнд. літературою, 2 год	1	1-й тиждень
Основні леми варіаційного числення <i>Поняття про функціонал. Перша і друга варіації функціоналу. Диференціали Фреше і Гато. Сильний і слабкий екстремуми функціоналу. Необхідні умови екстремуму функціоналу. Основні леми варіаційного числення</i>	лекція	[1, с. 17-21], [2, с. 18-28], [3, с. 13-26], [5, с. 15-25]	Опрацювати матеріал лекції з рекомєнд. літературою, 2 год	1	2-й тиждень
Основні поняття варіаційного числення. <i>Функціонал. Функціонали в лінійних нормованих просторах. Перша і друга варіації функціоналу. Сильний і слабкий екстремуми функціоналу. Необхідні умови екстремуму функціоналу.</i>	практ. зан.	[11, с. 4-16], [12, с. 3-17], [13, с. 4-12], [14, с. 4-17]	Розв'язати приклади і задачі, 2 год	1	3-й тиждень
Варіаційні задачі з фіксованими кінцями <i>Найпростіша задача варіаційного числення (задача Лагранжа із закріпленими кінцями). Рівняння Ейлера-Лагранжа. Узагальнення</i>	лекція	[1, с.27-41], [2, с. 30-38], [4, с. 30-36], [5, с. 35-48]	Опрацювати матеріал лекції з рекомєнд. літературою, 2 год	1	4-й тиждень

Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
<i>найпростішої варіаційної задачі: у просторі вектор-функцій, зі старшими похідними, з частинними похідними. Варіаційні принципи в механіці.</i>					
Варіаційні задачі з фіксованими кінцями <i>Найпростіша задача варіаційного числення (задача Лагранжа із закріпленими кінцями). Рівняння Ейлера-Лагранжа.</i>	практ. зан.	[11, с. 18-26], [12, с. 18-23], [13, с. 13-22], [15, с. 18-27]	Розв'язати приклади і задачі, 2 год	1	5-й тиждень
Варіаційні задачі з фіксованими кінцями <i>Узагальнення найпростішої варіаційної задачі: у просторі вектор-функцій, зі старшими похідними, з частинними похідними.</i>	практ. зан.	[11, с. 26-30], [12, с. 23-30], [13, с. 23-32], [15, с. 28-33]	Розв'язати приклади і задачі, 2 год	1	6-й тиждень
Варіаційні задачі з вільними кінцями <i>Задача Больца. Умови трансверсальності. Елементарна задача варіаційного числення. Природні крайові умови. Узагальнення задачі Больца.</i>	лекція	[1, с. 42-51], [3, с. 40-48], [4, с. 48-56], [5, с. 65-75]	Опрацювати матеріал лекції з рекомнд. літературою, 2 год	1	7-й тиждень
Варіаційні задачі з вільними кінцями <i>Задача Больца. Умови трансверсальності. Задача Лагранжа з вільними кінцями. Природні крайові умови. Узагальнення задачі Больца.</i>	практ. зан.	[11, с. 32-46], [12, с. 30-38], [13, с. 33-39], [15, с. 34-50]	Розв'язати приклади і задачі, 2 год	1	8-й тиждень
Варіаційні задачі з рухомими межами <i>Задачі Больца і Лагранжа на множині функцій з вільними межами. Задачі Лагранжа і Больца на множині функцій з рухомими межами.</i>	лекція	[1, с. 55-59], [3, с. 50-68], [4, с. 58-66], [5, с. 76-75]	Опрацювати матеріал лекції з рекомнд. літературою, 2 год	1	9-й тиждень

Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
Варіаційні задачі з рухомими межами <i>Задачі Больца і Лагранжа на множині функцій з вільними межами. Задачі Лагранжа і Больца на множині функцій з рухомими межами.</i>	практ. зан.	[11, с. 48-56], [12, с.45-53], [13, с. 43-54], [15, с. 52-62]	Розв'язати приклади і задачі, 2 год	1	10-й тиждень
Варіаційні задачі на умовний екстремум <i>Ізопериметричні задачі. Задача Лагранжа з неголономними зв'язками. Принцип невизначених множників Лагранжа. Ламані екстремалі.</i>	лекція	[1, с. 65-76], [3, с. 70-88], [4, с. 70-80], [5, с. 86-95]	Опрацювати матеріал лекції з рекомєнд. літературою, 2 год	1	11-й тиждень
Варіаційні задачі на умовний екстремум <i>Ізопериметричні задачі. Задача Лагранжа з неголономними зв'язками. Принцип невизначених множників Лагранжа.</i>	практ. зан.	[11, с. 60-66], [12, с.55-63], [13, с. 55-64], [14, с. 60-72]	Розв'язати приклади і задачі, 2 год	1	12-й тиждень
Умови екстремуму другого порядку <i>Необхідні умови екстремуму другого порядку. Достатні умови слабого екстремуму найпростішої варіаційної задачі. Умова Веєрштраса. Достатні умови сильного екстремуму найпростішої варіаційної задачі. Необхідні та достатні умови екстремуму другого порядку для інших варіаційних задач</i>	лекція	[2, с. 70-86], [3, с. 90-98], [4, с. 81-89], [5, с. 96-105]	Опрацювати матеріал лекції з рекомєнд. літературою, 2 год	1	13-й тиждень
Умови екстремуму другого порядку <i>Необхідні умови екстремуму другого порядку. Достатні умови слабого екстремуму найпростішої варіаційної задачі. Необхідні та достатні умови екстремуму другого порядку для інших</i>	практ. зан.	[11, с. 70-79], [12, с. 65-73], [13, с. 65-80], [14, с. 72-82]	Розв'язати приклади і задачі, 2 год	1	14-й тиждень

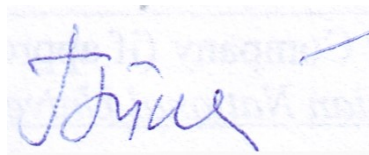
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцінки	Термін виконання
<i>варіаційних задач</i>					
Контрольна робота	практ. зан.	[1–15]	Розв'язати приклади і задачі, 2 год	1	15-й тиждень

7. Система оцінювання курсу	
Загальна система оцінювання курсу	Підсумкова оцінка з дисципліни є сумою оцінок за кожен з таких видів робіт: активна робота на практичних заняттях, виконання контрольних робіт, поточний тестовий контроль, підсумковий тестовий контроль. Підсумкова оцінка визначається за різними шкалами (100-бальна, ЄКТС, національна).
Вимоги до письмової роботи	Пакети індивідуальних завдань для проведення контрольної роботи містять 5 завдань у кожному варіанті. Максимальна оцінка за виконання контрольної роботи становить 40 балів.
Практичні заняття	Максимальна оцінка за активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях становить 10 балів.
Умови допуску до підсумкового контролю	Загальна кількість балів за навчальну (аудиторну) і практичну роботу становить 50 балів.
8. Політика курсу	
Усі види робіт слід виконувати послідовно і вчасно, щоб зберегти загальний темп курсу, який сприяє ефективному засвоєнню матеріалу. Наслідками пропущених занять без поважних причин, зазвичай, стають додаткові види самостійної роботи (реферат, домашня контрольна робота, презентація тощо).	
9. Рекомендована література	
Основна	
<ol style="list-style-type: none"> 1. Моклячук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. – К. : ТВіМС, 2003. 2. Перестюк М.О., Станжицький О.М., Капустян О.В., Ловейкін Ю.В. Варіаційне числення та методи оптимізації. – К. : ТВіМС, 2010. 3. Попов Ю.Д., Тюття В.І., Шевченко В.І. Методи оптимізації. – К. : ТВіМС, 2003. 4. Яровий А. Т., Страхов Є. М. Методи оптимізації та варіаційне числення. – Одеса: Освіта України, 2017. 5. Попов Ю.Д., Тюття В.І., Шевченко В.І. Методи оптимізації. – К.: Київський нац. ун-т ім. Т. Шевченка, 2003. 	
Додаткова	
<ol style="list-style-type: none"> 6. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. – М. : Физматлит, 2005. 7. Будылин А.М. Вариационное исчисление. – СПб. : СПбГУ, 2001. 8. Ванько В.И., Ермошина О.В., Кувыркин Г.Н. Вариационное исчисление и оптимальное управление: Учеб. для вузов. – М.: Изд-во МГТУ, 2006. 9. Галеев Э.М. Оптимизация: теория, примеры, задачи. – М. : Либроком, 2010. 10. Эльсгольц Л.Э. Вариационное исчисление. – М. : ЛКИ, 2008. 	

Практикуми і збірники задач

11. Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации: Теория, примеры, задачи. – М. : Наука, 2005.
12. Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. – М. : Физматлит, 2005.
13. Козицький В.А. Практикум з варіаційного числення. – Л.: ЛДУ, 2000.
14. Краснов М.Л., Макаренко Г.И., Кисилев А.И. Вариационное исчисление: Задачи и примеры с подробными решениями. – М. : Едиториал УРСС, 2002.
15. Пантелеев А.В., Летова Т.А. Методы оптимизации в примерах и задачах. – М.: Высш. шк., 2005.

Викладач



Т.П. Гой