

Державний вищий навчальний заклад  
“Прикарпатський національний університет імені Василя  
Стефаника”

Факультет математики та інформатики

Кафедра алгебри та геометрії

## СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Кільця та модулі  
(шифр і назва навчальної дисципліни)

Рівень освіти	Бакалавр
	(назва рівня вищої освіти)
Галузь знань	11 — Математика та статистика
	(шифр і назва галузя)
Спеціальність(ості)	111 — Математика
	(шифр і назва спеціальності(ей))
Освітня програма	Математика
	(назва програми)

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №1 від 31.08.2020

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

<b>Назва дисципліни</b>	Кільця та модулі
<b>Викладач(-и)</b>	Гаврилків В.М.
<b>Контактний телефон викладача</b>	59-60-16
<b>E-mail викладача</b>	volodymyr.gavrylkiv@pnu.edu.ua
<b>Формат дисципліни</b>	Лекції та практичні заняття
<b>Обсяг дисципліни</b>	6 кредитів
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	d-learn.pnu.edu.ua
<b>Консультації</b>	Вівторок, 16 <sup>00</sup>

## 2. АНОТАЦІЯ ДО НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Навчальна дисципліна “Кільця та модулі” займає одне із центральних місць у системі професійної науково-предметної підготовки фахівця з математики. Зміст дисципліни розкривається через такі змістові модулі: “Елементи теорії кілець”, “Елементи теорії модулів”.

## 3. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Основною метою і завданням курсу “Кільця та модулі” є формування компетентного спеціаліста в області абстрактної алгебри, здатного застосовувати і розвивати основні положення і методи дисципліни у науковій і навчальній діяльності, самостійно аналізувати будову кілець та модулів, будувати математичні моделі. Важливими завданнями є формування в студентів алгебраїчної і теоретико-числової культури, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів, забезпечення інформацією студентів щодо напрямків розвитку сучасної математики, формування вміння розв’язувати

задачі з геометрії, аналізу, фізики, економіки, інформатики, використовуючи методи теорії кілець та модулів.

У результаті вивчення навчальної дисципліни “Кільця та модулі” студент повинен

знати:

- основні твердження і теореми курсу;
- методи та алгоритми розв'язування задач з дисципліни;
- основні поняття теорії кілець і модулів, зокрема такі як кільце, комутативне кільце, кільце з одиницею, дільник нуля, дільник одиниці, ідемпотент, цілісне кільце, ідеал кільця, гомоморфізм кілець, кільце головних ідеалів, евклідове кільце, асоційовані елементи, нерозкладний елемент, найбільший спільний дільник і найменше спільне кратне елементів кільця, максимальні та прості ідеали кілець, модуль над кільцем, циклічний модуль, скінченнопороджений модуль, вільний модуль, нерозкладний модуль, прості та напівпрості модулі, артіновий модуль, нетеровий модуль;

вміти:

- застовувати стандартні методи і алгоритми теорії кілець та модулів при розв'язуванні задач;
- наводити приклади, які демонструють сутність теоретичних понять, фактів або спростовують хибні твердження.

#### 4. КОМПЕТЕНТНОСТІ ТА РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Загальні компетентності:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
- здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;

- здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;
- здатність працювати автономно;
- визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності:

- здатність формулювати проблеми математично та в символльній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
- Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів;

Програмні результати навчання:

- знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;
- розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;
- розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;
- розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;
- знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

## 5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	30
Практичні	30
Лабораторні	
Самостійна робота	120

Ознаки дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс (рік навчання)	Семестр	Нормативна/ вибіркова
111 — Математика, Математика	Бакалавр	3-й	5-й	вибіркова

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
<b>Семестр 5</b>						
<b>Змістовий модуль 1. Елементи теорії кілець.</b>						
Тема 1. Означення кільця, тіла та поля. Взаємозв'язки між цими поняттями. [2, 4]	12	2	2			8
Тема 2. Цілісне кільце. Приклади цілісних та нецілісних кілець. [2, 4, 8]	12	2	2			8
Тема 3. Характеристика кільця та поля. Приклади кілець складеної характеристики. [2, 4, 8]	12	2	2			8

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 4. Гомоморфізми та ідеали кілець. Факторкільце. Основна теорема про гомоморфізми. Порядок скінченного поля. [2, 5, 9]	12	2	2			8
Тема 5. Максимальні та прості ідеали кілець. [2, 5, 9]	11	2	1			8
Тема 6. Евклідові кільця та кільця головних ідеалів. Евклідовість кільця цілих гауссовых чисел. Алгоритм Евкліда. [2, 5, 9]	12	2	2			8
Тема 7. Прості елементи кільця. Розклад на прості множники у кільцях головних ідеалів. Характеризація простих елементів кільця. [1, 2, 5, 8, 9]	12	2	2			8
Тема 8. Вкладення кілець у поля. Поле часток. [1, 5, 9]	11	2	1			8
Тема 9. Контрольна робота.	2		2			
Всього за модуль:	96	16	16			64
Змістовий модуль 2. Елементи теорії модулів.						
Тема 10. Поняття модуля над кільцем. Підmodулі. Приклади. [1, 5, 9]	12	2	2			8
Тема 11. Циклічні модулі. Скінченнопорожнені модулі. [1, 5, 9]	12	2	2			8
Тема 12. Вільні модулі. Приклади. [1, 5, 8]	12	2	2			8
Тема 13. Нерозкладні модулі. [1, 5, 8]	11	2	1			8
Тема 14. Прості та напівпрості модулі. [1, 5, 9]	11	2	1			8
Тема 15. Артінові модулі. [1, 5, 8]	12	2	2			8
Тема 16. Нетерові модулі. [1, 5, 9]	12	2	2			8
Тема 17. Контрольна робота.	2		2			

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Всього за модуль:	84	14	14			56
Всього за семестр:	180	30	30			120
Усього годин:	180	30	30			120

## 6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Володіння матеріалом дисципліни студенти виявляють при написанні двох контрольних робіт і колоквіуму. Бали між контрольними роботами і колоквіумом розподіляються рівномірно.

За активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях оцінка за кожен модуль може бути підвищена щонайбільше на 5 балів.

Отримана за семестр сума балів множиться на такий коефіцієнт, щоб максимальна можлива сума балів (без додаткових) становила 100.

Сума балів за семестр визначає підсумкову оцінку згідно поданої нижче таблиці.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

## 7. ПОЛІТИКА КУРСУ

Студент зануриться у атмосферу абстрактної теорії кілець та модулів, але без шкоди для здоров'я і з дотриманням етичних стандартів. Плагіат та

інші види академічної недоброчесності не принесуть позитивного результату, тому не рекомендуються.

Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин навчання може відбуватись індивідуально (за погодженням із деканом факультету). Засвоєння пропущеної теми з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри. Пропущені практичні заняття студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні "незадовільно" отримані студентом під час засвоєння відповідної теми перескладаються викладачеві до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

## 8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Ван дер Варден Б.Л. *Алгебра* / Б.Л. ван дер Варден. – Москва: Наука, 1976. – 648 с.
2. Гаврилків В.М. *Елементи теорії груп та теорії кілець: навчальний посібник* / В.М. Гаврилків. – Івано-Франківськ: Голіней, 2016. – 148 с.
3. Завало С.Т. *Алгебра і теорія чисел. Практикум. Частина 2* / С.Т. Завало, С.С. Левищенко та ін. – Київ: Вища школа, 1986. – 264 с.
4. Кострикин А.И. *Введение в алгебру. Часть I. Основы алгебры: Учебник для вузов* / А.И. Кострикин. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 272 с.
5. Кострикин А.И. *Введение в алгебру. Часть III. Основные структуры: Учебник для вузов* / А.И. Кострикин. – Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 272 с.
6. Пилипів В.М. *Кільце поліномів: навчально-методичний посібник* / В.М. Пилипів, Р.А. Заторський, І.І. Ліщинський. – Івано-Франківськ: Плай, 2014. – 100 с.

## **Додаткова література**

7. Скорняков Л.А. *Элементы алгебры: Учебное пособие* / Л.А. Скорняков.  
– Москва: Наука, 1980. – 240 с.
8. Dummit D.S. *Abstract Algebra* / David S. Dummit, Richard M. Foote. – Wiley Intern. Ed., Chichester: Wiley, 2004. – 932 p.
9. Judson T.W. *Abstract Algebra: Theory and Applications* / Thomas W. Judson. – An open-source textbook available at <http://abstract.ups.edu>, 2012. – 428 p.

Викладач

Гаврилків В.М.