

Міністерство освіти і науки України  
Державний вищий навчальний заклад «Прикарпатський національний  
університет імені Василя Стефаника»  
Факультет математики та інформатики  
Кафедра диференціальних рівнянь і прикладної математики

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**  
**РІВНЯННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ**

Освітня програма Математика  
Спеціальність 111 Математика  
Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол №1 від 31 серпня 2020 р.

м. Івано-Франківськ – 2020 рік

## 1. Загальна інформація

Назва дисципліни	Рівняння математичної фізики
Викладач	К.ф.-м.н., доцент Казмерчук А. І.
Контактний телефон	(0342)596027
E-mail	<a href="mailto:anatolii.kazmerchuk@pnu.edu.ua">anatolii.kazmerchuk@pnu.edu.ua</a>
Формат дисципліни	Лекції та практичні заняття
Обсяг дисципліни	9 кредитів ECTS
Посилання на сайт дистанційного навчання	<a href="http://seeq.pnu.edu.ua">seeq.pnu.edu.ua</a>
Консультації	Вівторок, 15 <sup>00</sup>

## 2. Анотація навчальної дисципліни

У курсі навчальної дисципліни вивчаються основні крайові задачі для рівнянь математичної фізики; теорія задачі Коші для систем рівнянь у частинних похідних у нормальній формі за Ковалевською; класифікація рівнянь у частинних похідних другого порядку, лінійних в головній частині; аналітичні та геометричні методи розв'язування задач для рівнянь гіперболічного типу; аналітичні методи розв'язування задач для рівнянь параболічного та еліптичного типів.

## 3. Мета навчальної дисципліни

Викласти теорію математичних моделей фізичних явищ, а саме, вивчення основних крайових задач для рівнянь математичної фізики сформувати у студентів розуміння, знання і навичок щодо постановок та методики розв'язання задач рівнянь математичної фізики.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:**

- постановки основних задач для рівнянь математичної фізики,
- теорію задачі Коші для систем рівнянь у частинних похідних у нормальній формі за Ковалевською,
- класифікацію рівнянь у частинних похідних другого порядку, лінійних в головній частині,
- метод біжучих хвиль для рівняння струни,
- формулу розв'язку задачі Коші для рівняння коливання струни,
- формули розв'язків задачі Коші для хвильового рівняння,
- формулу розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності,

- формулу розв'язків задачі Діріхле для рівняння Лапласа в кулі,
- теорію гармонічних функцій,
- метод Фур'є,
- властивості розв'язків задачі Штурма-Ліувілля,
- теорію крайових задач для рівняння Пуассона,
- теорію узагальнених розв'язків задачі Діріхле для рівняння Пуассона,
- принцип максимуму для рівняння теплопровідності.

**вміти:**

- ставити задачі для рівнянь математичної фізики,
- розв'язувати простіші рівняння у частинних похідних,
- розв'язувати задачі для рівняння струни за допомогою аналітичних і геометричних методів,
- визначати тип рівнянь другого порядку, лінійних в головній частині, в точці і на площині,
- розв'язувати мішані задачі для однорідного рівняння струни з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння струни з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння струни з неоднорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для однорідного рівняння теплопровідності однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності з однорідними крайовими умовами,
- розв'язувати мішані задачі для неоднорідного рівняння теплопровідності з неоднорідними крайовими умовами,
- знаходити потенціали: об'ємні, поверхневі простого і подвійного шарів по заданому розподілу зарядів,
- застосовувати метод потенціалів до розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона,
- розв'язувати задачу Коші для однорідного і неоднорідного рівняння теплопровідності,
- розв'язувати крайові задачі для рівняння Лапласа в прямокутних областях,
- розв'язувати крайові задачі для рівняння Лапласа в кругових областях,
- застосовувати метод функцій Гріна.

#### **4. Компетентності та результати навчання**

Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;

Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;

Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;

Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;

Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;

Здатність працювати автономно;

Визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків;

Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;

Здатність до кількісного мислення;

Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;

Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;

Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;

Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів;

Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;

Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;

## 5. Організація навчальної дисципліни

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	44
Практичні	46
Самостійна робота	180

Ознака дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс навчання	Семестр	Нормативна/вибіркова
111 Математика Математика	перший (освітньо- професійний)	3-й	6	нормативна

Тематика курсу					
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання, год	Вага оцін	Термін виконання

				ки	
Тема 1. Предмет рівнянь математичної фізики (рмф). Основні поняття: рівняння з частинними похідними (рчп), порядок рчп, лінійне рчп, квазілінійне рчп, класичний розв'язок рчп, характеристичні поверхні (характеристики) рчп.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 2. Основні задачі теорії рмф. Коректність задач для рмф. Приклад Адамара.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 3. Класифікація рчп другого порядку, лінійних в головній частині, в точці (гіперболічні, параболічні, еліптичні рчп другого порядку).	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 4. Зведення до канонічного вигляду рчп другого порядку, лінійного в головній частині, на площині.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 5. Задача Коші для рівняння струни. Формула Даламбера. Метод біжучих хвиль.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 6. Перша та друга мішані задачі для напівобмеженої струни. Методи парного і непарного продовження. Метод біжучих хвиль для першої та другої мішаних задач з однорідними крайовими умовами.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 7. Формули Кірхгофа розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 8. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для обмеженої струни. Задача Штурма-Ліувілля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 9. Постановка першої та другої крайових задач, задачі Коші для рівняння теплопровідності.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 10. Принцип максимуму для рівняння теплопровідності в	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до	0,04	До наступного заняття за

обмежених та необмежених областях. Теореми єдиності розв'язку поставлених задач для рівняння теплопровідності. Теорема про стабілізацію розв'язків рівняння теплопровідності.			практичного заняття		розкладом
Тема 11. Фундаментальний розв'язок рівняння теплопровідності. Інтеграл Пуассона. Принцип Дюамеля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 12. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння теплопровідності.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 13. Гармонічні функції. Зв'язок між аналітичними та гармонічними функціями.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 14. Формули Гріна. Лема про тепловий потік.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 15. Сферично симетричні розв'язки рівняння Лапласа. Фундаментальний розв'язок оператора Лапласа.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 16. Потенціали та їх властивості. Представлення функцій через потенціали.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 17. Теореми про середнє значення по сфері та по кулі для гармонічних функцій.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 18. Принцип максимуму для гармонічних функцій. Теорема єдиності розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 19. Функція Гріна для кулі. Формула Пуассона розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона в кулі.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 20. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в прямокутних областях.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом

Контрольна робота				1	
Тема 21. Нерівність Харнака. Перша теорема Ліувіля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 22. Оцінка похідних гармонічних функцій. Друга теорема Ліувіля.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 23. Лема про косу похідну. Теорема єдиності розв'язку задачі Неймана для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 24. Теорема про усуну особливості гармонічних функцій.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,03	До наступного заняття за розкладом
Тема 25. Зовнішні задачі для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 26. Метод Фур'є розв'язання крайових задач для рівняння Пуассона в кругових областях.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,04	До наступного заняття за розкладом
Тема 27. Теорема про компактність сім'ї гармонічних функцій.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,02	До наступного заняття за розкладом
Тема 28. Узагальнені розв'язки задачі Діріхле для рівняння Пуассона.	Лекція, практичне заняття	[1-13]	Опрацювати лекційний матеріал, підготуватися до практичного заняття	0,02	
Тестування/ колоквиум				1	
Підсумкове заняття					

## 6. Система оцінювання курсу

Загальна система оцінювання	Підсумкова оцінка з дисципліни є сумою оцінок (в 10-бальній шкалі) з відповідною вагою за кожен з таких видів робіт: активна робота на практичних заняттях, виконання практикуму, тестування або колоквиум, підсумковий контроль (іспит). Підсумкова оцінка визначається відповідно до поданої нижче таблиці оцінювання за різними шкалами (100-бальна, ECTS, національна).
Практичні заняття	Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) за активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях становить 10

	балів.
Вимоги до практикуму	Пакет індивідуальних завдань для проведення практикуму містить 4-5 завдань у кожному варіанті. Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) з практикуму становить 25 балів
Тестування/колоквіум	Пакет індивідуальних завдань для проведення тестування містить 20 завдань у кожному варіанті. Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) з практикуму становить 15 балів
Умови допуску до підсумкового контролю	Загальна кількість балів за навчальну (аудиторну) і самостійну (практикум) роботу становить не менше 25 балів.
Підсумковий контроль (іспит)	Кожний варіант екзаменаційного білета містить два теоретичних і одне якісне практичне завдання. Максимальна оцінка (з врахуванням ваги) за підсумковий контроль становить 50 балів.

Шкала оцінювання

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
90 – 100	<b>A</b>	відмінно	зараховано
80 – 89	<b>B</b>	добре	
70 – 79	<b>C</b>		
60 – 69	<b>D</b>	задовільно	
50 – 59	<b>E</b>		
26 – 49	<b>FX</b>	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
0-25	<b>F</b>	незадовільно з обов'язковим	не зараховано з обов'язковим



		повторним вивченням дисципліни	повторним вивченням дисципліни
--	--	-----------------------------------	--------------------------------------

## 7. Політика курсу

Програмою передбачено обов'язкове відвідування всіх видів занять, виконання всіх видів контролю у визначені терміни, а також самостійна робота студентів.

## 8. Рекомендована література

1. Бобик О. І., Бобик І.О., Литвин В.В. Рівняння математичної фізики (практикум). –Львів: Науковий світ – 2000, 2010
2. Положий Г.М. Рівняння математичної фізики. - Київ: Радянська школа, 1959
3. Диференціальні рівняння математичної фізики: навчальний посібник/ Лавренчук В.П., Івасишен С.Д., Дронь В.С., Готинчан Т.І.-Чернівці: Рута, 2008
4. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных.- Москва:Наука,1983
5. Владимиров В.С. Уравнения математической физики.-Москва:Наука, 2003
6. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики.-Москва:Главиздат, 1953
7. Перестюк М. О. Теорія рівнянь математичної фізики.- К:Либідь,2006
8. Соболев С.Л. Уравнения математической физики.-Москва:Наука, 1966
9. Михлин С.Г. Курс математической физики.-С-Пб:Лань,2002
10. Курант Р. Уравнения с частными производными, перев. с англ., М:Мир,1964
11. Смирнов М.М. Задачи по уравнениям математической физики.- М:Наука,1975
12. Сборник задач по уравнениям математической физики под ред. В.С. Владимирова-М:Наука,1982
13. Будаков Б.М. Сборник задач по уравнениям математической физики.- М:Государственное издательство технико-теоретической литературы,1972

Викладач \_\_\_\_\_ Казмерчук А. І.