

Державний вищий навчальний заклад
“Прикарпатський національний університет імені Василя
Стефаника”

Факультет математики та інформатики
Кафедра математичного і функціонального аналізу

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Функціональний аналіз
(шифр і назва навчальної дисципліни)

Рівень освіти	Бакалавр
	(назва рівня вищої освіти)
Галузь знань	11 — Математика та статистика
	(шифр і назва галуза)
Спеціальність(ості)	111 — Математика
	(шифр і назва спеціальності(ей))
Освітня програма	Математика
	(назва програми)

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №1 від 28.08.2020

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

Назва дисципліни	Функціональний аналіз
Викладач(-і)	Загороднюк А.В.
Контактний телефон викладача	59-60-50
E-mail викладача	andriy.zagorodnyuk@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Лекції та практичні заняття
Обсяг дисципліни	9 кредитів
Консультації	Середа, 16 ⁰⁰

2. АНОТАЦІЯ ДО НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Навчальна дисципліна “Функціональний аналіз” займає одне із центральних місць у системі професійної науково-предметної підготовки фахівця з математики. Зміст дисципліни розкривається через такі змістові модулі: “Метричні, лінійні, нормовані простори”, “Евклідові простори”, “Лінійні функціонали та узагальнені функції”, “Лінійні оператори”.

3. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Основною метою курсу є ознайомлення студентів з основними поняттями функціонального аналізу; теоретичне обґрунтування властивостей метричних, лінійних, банахових та гільбертових просторів, лінійних функціоналів та операторів, визначених на цих просторах; встановлення взаємозв'язку з аналогічними поняттями з інших дисциплін.

Завдання навчити студентів застосовувати властивості метричних, повних метричних, лінійних, нормованих, евклідових просторів та лінійних функціоналів і операторів до розв'язування конкретних задач як з функціонального аналізу, так і з суміжних дисциплін.

У результаті вивчення навчальної дисципліни “Функціональний аналіз” студент повинен

знати:

- означення та властивості метричних та повних метричних просторів, принцип стискаючих відображень та його застосування;
- означення та властивості лінійних, нормованих, банахових, евклідових та гільбертових просторів, зокрема класичних просторів послідовностей та функцій;
- поняття рефлексивного простору, слабкої топології та слабкої збіжності в банахових просторах;
- означення та властивості лінійних функціоналів та операторів і можливості їх застосування до розв’язування задач;
- означення і властивості узагальнених функцій;

вміти:

- формулювати основні означення і теореми, застосовувати ці теореми;
- доводити теореми про властивості перерахованих вище об’єктів;
- теоретично обґрунтовувати можливості застосування цих властивостей до розв’язання задач.

4. КОМПЕТЕНТНОСТІ ТА РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; знання й розуміння предметної області та професійної діяльності; здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями; здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел; здатність працювати автономно; визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов’язків; здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього

аналізу й розв'язання; здатність до кількісного мислення; здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.

Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці; зрозуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми; розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями; розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей; знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних; знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.

5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	44
Практичні	46
Лабораторні	
Самостійна робота	180

Ознаки дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс (рік навчання)	Семестр	Нормативна/ вибіркова
111 — Математика, Математика	Бакалавр	3-й	5-й, 6-й	нормативна

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Семестр 5						
Змістовий модуль 1. Метричні, лінійні, нормовані простори.						
Тема 1. <i>Метричні простори. Топологія у метричних просторах. Повні метричні простори.</i> [3, 6, 9]	14	2	2			10
Тема 2. <i>Поповнення простору. Теорема про вкладені кулі.</i> [3, 6, 4]	13	2	1			10
Тема 3. <i>Теорема Бера про категорії. Неперервні відображення метричних просторів. Рівномірна неперервність.</i> [3, 6]	11	2	1			8
Тема 4. <i>Принцип стискаючих відображень та його узагальнення і застосування.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 5. <i>Компактні метричні простори. Критерій компактності.</i> [3, 6, 7, 8]	12	2	2			8
Тема 6. <i>Зв'язок неперервності та рівномірної неперервності на компактах. Теорема Арцела-Асколі.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 7. <i>Означення та приклади лінійних просторів. Нормовані простори та їх підпростори.</i> [3, 6]	12	2	2			8

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 8. <i>Банахові простори. Пряма сума банахових просторів. Проектор. Фактор-простір.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 9. <i>Поняття про лінійні оператори і функціонали. Еквівалентність лінійності і неперервності. Норма лінійного оператора і функціонала.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 10. <i>Ізоморфізм банахових просторів. Еквівалентність норм у нормованих просторах. Поняття про сепарабельність. Несепарабельні банахові простори.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 11. <i>Контрольна робота.</i>	1		1			
Всього за модуль:	123	20	19			84
Змістовий модуль 2. Евклідові простори.						
Тема 12. <i>Означення та приклади евклідових просторів. Нерівність Коші-Буняковського. Метрика у евклідовому просторі.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 13. <i>Гільбертові простори. Комплексні гільбертові простори. Ортогональність. Теорема про ортогональне доповнення. Ортогоналізація Гільберта-Грама.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 14. <i>Ряди Фур'є та нерівність Бесселя. Теорема про ізоморфізм сепарабельних гільбертових просторів.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 15. <i>Контрольна робота.</i>	1		1			
Всього за модуль:	37	6	7			24
Всього за семестр:	160	26	26			108
Семестр 6						
Змістовий модуль 3. Лінійні функціонали та узагальнені функції.						

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 16. <i>Властивості лінійних функціоналів. Теорема Ріса про загальний вигляд лінійного функціоналу в класичних банахових просторах.</i> [1, 2, 3, 5, 6]	12	2	2			8
Тема 17. <i>Теорема Гана-Банаха про продовження лінійного функціонала. Наслідки з теореми Гана-Банаха.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 18. <i>Повнота простору, спряженого до нормованого. Слабка топологія та слабка збіжність. Рефлексивність. *-слабка топологія та *-слабка збіжність у спряженому просторі.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 19. <i>Теорема Банаха-Алаоглу про компактність кулі спряженого простору в *-слабкій топології. Наслідки. Зліченно-нормовані лінійні простори.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 20. <i>Простори основних і узагальнених функцій. Операції над узагальненими функціями. Теорема про достатність запасу основних функцій.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 21. <i>Контрольна робота.</i>	1		1			
Всього за модуль:	61	10	11			40
Змістовий модуль 4. Лінійні оператори.						
Тема 22. <i>Лінійні оператори. Оборотної та обернений оператори. Норма оберненого оператора. Алгебра обмежених операторів. Оператор, обернений до $I - A$.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 23. <i>Теорема Банаха про обернений оператор. Теорема про замкнений графік. Принцип рівномірної обмеженості Банаха-Штейнгауса.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 24. <i>Спряжені оператори у нормованих та евклідових просторах. Спектр та резольвента оператора.</i> [3, 6]	12	2	2			8

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 25. <i>Компактні оператори та дії над ними. Компактність інтегрального оператора Гільберта-Шмідта.</i> [3, 6]	12	2	2			8
Тема 26. <i>Контрольна робота.</i>	1		1			
Всього за модуль:	49	8	9			32
Всього за семестр:	110	18	20			72
Усього годин:	270	44	46			180

6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Володіння матеріалом дисципліни студенти виявляють при написанні двох аудиторних контрольних робіт і колоквіуму у першому семестрі, та двох аудиторних контрольних робіт і двох колоквіумів у другому семестрі. Бали між контрольними роботами і колоквіумами розподіляються рівномірно.

За активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях оцінка за кожен модуль може бути підвищена щонайбільше на 5 балів.

Отримана за семестр сума балів множиться на такий коефіцієнт, щоб максимальна можлива сума балів (без додаткових) становила 50.

Максимальна можлива оцінка на іспиті — 50 балів. Сума балів за семестр та за іспит визначає підсумкову оцінку згідно поданої нижче таблиці.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

7. ПОЛІТИКА КУРСУ

Самостійне та своєчасне виконання завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей). Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилення на джерела інформації у разі використання запозичених ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба) навчання може відбуватись індивідуально (за погодженням із деканом факультету). Засвоєння пропущеної теми з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з поважної причини відпрацьовується студентом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат, опрацювання рекомендованої літератури тощо). Пропущені практичні заняття студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні "незадовільно" отримані студентом під час засвоєння відповідної теми перескладаються викладачеві до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Вулих В.З. *Введение в функциональный анализ* / В.З. Вулих. – М.: Наука, 1967. – 415 с.
2. Давидов М.О. *Додаткові розділи математичного аналізу (Теорія функцій і функціональний аналіз)* / М.О. Давидов. – К.: Вища школа, 1971. – 439 с.
3. Колмогоров А.Н. *Элементы теории функций и функционального анализа* / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомін. – К.: Вища школа, 1974. – 455 с.
4. Крейн С.Г. *Функциональный анализ* / С.Г. Крейн. – М.: Наука, 1964. – 424 с.
5. Треногин В.А. *Задачи и упражнения по функциональному анализу* / В.А. Треногин. – М.: Физматлит, 2002. – 240 с.
6. Рудин У. *Функциональный анализ* / У. Рудин. – М.: Мир, 1975. – 443 с.

Додаткова література

7. Иосида К. *Функциональный анализ* / К. Иосида. – М.: Мир, 1967. – 624 с.
8. Едвардс К. *Функциональный анализ. Теория и приложение.* / К. Едвардс. – М.: Мир, 1967. – 1071 с.
9. Князев П.Н. *Функциональный анализ. Учебное пособие.* / П.Н. Князев. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 208 с.
10. Люстерник Л.А. *Элементы функционального анализа.* / Л.А. Люстерник, В.И. Соболев. – М.: Наука, 1965. – 519 с.
11. Вайнберг Н.М. *Функциональный анализ.* / Н.М. Вайнберг. – М.: Просвещение, 1979. – 128 с.

Викладач

Загороднюк А.В.