

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ДВНЗ «ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНИКА»**

Факультет математики та інформатики

Кафедра математичного і функціонального аналізу

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Прикладний нелінійний аналіз**

Рівень освіти бакалавр

Освітня програма Математика

Спеціальність 11 Математика

Галузь знань 11 Математика та статистика

Затверджено на засіданні кафедри  
Протокол № 1 від “28” серпня 2020 р.

## ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Анотація до курсу
3. Мета та цілі курсу
4. Результати навчання (компетентності)
5. Організація навчання курсу
6. Система оцінювання курсу
7. Політика курсу
8. Рекомендована література

<b>1. Загальна інформація</b>	
<b>Назва дисципліни</b>	Прикладний нелінійний аналіз
<b>Викладач (-і)</b>	Федак Іван Васильович
<b>Контактний телефон викладача</b>	0973577603
<b>Е-mail викладача</b>	<a href="mailto:ivan.fedak@pnu.edu.ua">ivan.fedak@pnu.edu.ua</a>
<b>Формат дисципліни</b>	Лекції, практичні заняття, індивідуальні завдання у формі домашньої контрольної роботи, аудиторна контрольна робота
<b>Обсяг дисципліни</b>	90 год. = 3 кредити
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	
<b>Консультації</b>	Консультації проводяться в індивідуальному порядку щодо розв'язування окремих конкретних задач домашньої контрольної роботи.
<b>2. Анотація до курсу</b>	
<p>У процесі вивчення дисципліни «Прикладний нелінійний аналіз» студенти матимуть змогу ознайомитися з основними математичними підходами до теорії лінійних інтегральних рівнянь.</p> <p>Ознайомляться з основними поняттями, пов'язаними з інтегральними рівняннями: означення та класифікація інтегральних рівнянь; задачі, які приводять до інтегральних рівнянь; елементи функціонального аналізу у теорії інтегральних рівнянь.</p>	
<b>3. Мета та цілі курсу</b>	
<p><b>Мета:</b> Ознайомити студентів з лінійними інтегральними рівняннями, задачами, які приводять до них, та методами точного і наближеного розв'язування таких рівнянь.</p> <p><b>Завдання:</b> Навчити студентів зводити основні задачі математики та інших галузей науки до розв'язування інтегральних рівнянь, знаходити точні та наближені розв'язки таких рівнянь, оцінювати похибки наближених розв'язків.</p> <p>У результаті проходження курсу студент повинен</p> <p><b>знати:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• класи лінійних інтегральних рівнянь та мати поняття про нелінійні інтегральні рівняння;</li> <li>• методи точного розв'язування лінійних інтегральних рівнянь: ітерованих ядер, за формулами Фредгольма, зведення до системи рівнянь, послідовних наближень, операційний;</li> <li>• методи наближеного розв'язування лінійних інтегральних рівнянь та оцінки похибок наближених розв'язків.</li> </ul> <p><b>вміти:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• розв'язувати лінійні інтегральні рівняння Фредгольма II роду методами ітерованих ядер, за формулами Фредгольма, зведенням до системи рівнянь, послідовних наближень;</li> <li>• розв'язувати лінійні інтегральні рівняння Вольтерра II роду методами ітерованих ядер, послідовних наближень;</li> <li>• знаходити наближені розв'язки таких рівнянь та оцінювати похибки отриманих наближень;</li> <li>• знаходити характеристичні числа та власні функції для симетричних інтегральних операторів;</li> <li>• розв'язувати рівняння типу згортки операційним методом.</li> </ul>	

<b>4. Результати навчання (компетентності)</b>					
Здатність розпізнати стандартні структури і перевірити стандартні властивості алгебри, дискретної математики, геометрії, аналізу, диференційних рівнянь і теорії ймовірностей, зокрема, для об'єктів з інших розділів математики чи інших галузей знання і практики.					
Володіти основами математичних дисциплін, у яких вивчаються моделі природничих та соціальних процесів, основами математичних теорій, що використовуються при математичному моделюванні.					
Застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних.					
<b>5. Організація навчання курсу</b>					
Обсяг курсу					
Вид заняття			Загальна кількість годин		
Лекції			20		
семінарські заняття / практичні / лабораторні			20		
самостійна робота			50		
Ознаки курсу					
Семестр	Спеціальність	Курс (рік навчання)		Нормативний / вибірковий	
<b>8</b>	<b>Математика</b>	4		вибірковий	
Тематика курсу					
Тема, план	Форма заняття	Література	Завдання самостійної роботи, год	Вага оцінки	Термін виконання
<b>Тема 1. Основні поняття, пов'язані з інтегральними рівняннями.</b> Означення та класифікація інтегральних рівнянь. Задачі, які приводять до інтегральних рівнянь. Елементи функціонального аналізу у теорії інтегральних рівнянь: метричні, нормовані та евклідові простори, лінійні оператори та обернені до них, компактні оператори.	Лекція (2 год.) + П. зан. (2 год)	[1] [5] [8]	Аналіз матеріалів теми (5 год.)  Індивідуальне завдання (5 год.)	14	Тиждень 1
<b>Тема 2. Метод ітерованих ядер.</b> Степені інтегральних операторів Фредгольма та Вольтерра. Метод ітерованих ядер для інтегральних рівнянь Фредгольма II роду.	Лекція (2 год.) + П. зан. (2 год)	[1] [5] [9]	Аналіз матеріалів теми (5 год.)  Індивідуальне завдання (5 год.)	14	Тиждень 2

<p>Метод ітерованих ядер для інтегральних рівнянь Вольтерра II роду.  Наближене розв'язування лінійних інтегральних рівнянь II роду методом ітерованих ядер.  Інтегральні рівняння, ядра яких мають слабку особливість.</p>					
<p><b>Тема 3. <i>Формули та теореми Фредгольма</i></b>  Формули Фредгольма. Резольвента Фредгольма. Інтегральні рівняння Фредгольма II роду з виродженим ядром. Перша теорема Фредгольма. Друга та третя теореми Фредгольма для інтегральних рівнянь Фредгольма II роду з виродженим ядром. Теореми Фредгольма для довільних лінійних інтегральних рівнянь Фредгольма II роду. Метод вироджених ядер.</p>	<p>Лекція (2 год.)  +  П. зан. (2 год)</p>	<p>[5]  [2]</p>	<p>Аналіз матеріалів теми (5 год.)    Індивідуальне завдання (5 год.)</p>	14	Тиждень 3
<p><b>Тема 4. <i>Симетричні інтегральні рівняння.</i></b>  Компактні самоспряжені оператори. Теорема Гільберта-Шмідта. Інтегральні рівняння Фредгольма II роду з симетричними ядрами. Зведення задачі про власні функції симетричного ядра до крайової задачі. Розвинення симетричного ядра та його ітерованих ядер за власними функціями ядра.</p>	<p>Лекція (2 год.)  +  П. зан. (2 год)</p>	<p>[5]  [2]  [3]</p>	<p>Аналіз матеріалів теми (5 год. )    Індивідуальне завдання (5 год.)</p>	15	Тиждень 4

Інтегральні рівняння, які зводяться до інтегральних рівнянь з симетричним ядром. Крайові задачі, які зводяться до інтегральних рівнянь з симетричним ядром.					
<p><b>Тема 5. Ітераційні методи.</b> Принцип стискаючих відображень. Метод послідовних наближень для лінійних інтегральних рівнянь Фредгольма II роду. Метод послідовних наближень для лінійних інтегральних рівнянь Вольтерра II роду. Поняття про метод послідовних наближень для нелінійних інтегральних рівнянь. Наближене розв'язування лінійних інтегральних рівнянь II роду методом простої ітерації. Поняття про методи Положія та усереднення функціональних поправок.</p>	<p>Лекція (4 год.) + П. зан. (4 год)</p>	<p>[5] [2] [3]</p>	<p>Аналіз матеріалів теми (5 год.)</p> <p>Індивідуальне завдання (5 год.)</p>	14	Тиждень 5
<p><b>Тема 6.</b> <b>Апроксимаційні та проєкційні методи.</b> Метод квадратур для лінійних інтегральних рівнянь Фредгольма II роду. Метод квадратур для лінійних інтегральних рівнянь Вольтерра II роду. Основні ідеї проєкційних методів розв'язування інтегральних рівнянь. Метод найменших квадратів. Методи Гальоркіна-Петрова та</p>	<p>Лекція (4 год.) + П. зан. (4 год)</p>	<p>[5] [2]</p>	<p>Аналіз матеріалів теми (5 год.)</p> <p>Індивідуальне завдання (5 год.)</p>	15	Тиждень 6

Бубнова-Гальоркіна. Метод колокації.																									
<b>Тема 7. Лінійні інтегральні рівняння I роду та рівняння типу згортки.</b> Лінійні інтегральні рівняння Фредгольма I роду. Теорема Пікара. Лінійні інтегральні рівняння Вольтерра I роду та методи їх зведення до рівнянь Вольтерра II роду. Перетворення Лапласа та його властивості. Формули зображень. Методи відновлення функції за її зображенням. Застосування перетворення Лапласа до розв'язування інтегральних рівнянь Вольтерра типу згортки. Лінійні інтегро-диференціальні рівняння типу згортки	Лекція (4 год.) + П. зан. (4 год)	[15] [2] [3]	Аналіз матеріалів теми (5 год.)  Індивідуальне завдання (5 год.)	15	Тиждень 7																				
<b>6. Система оцінювання курсу</b>																									
Загальна система оцінювання курсу	<p>Екзамен (100 балів). 3 них: 10 балів – поточне оцінювання на заняттях, 20 балів – за домашню контрольну роботу, 20 балів – за аудиторну контрольну роботу, 50 балів – екзамен.</p> <p style="text-align: center;"><b>Шкала оцінювання: національна та ECTS</b></p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse;"> <thead> <tr> <th style="width: 33%;">Сума балів за всі види навчальної діяльності</th> <th style="width: 33%;">Оцінка ECTS</th> <th style="width: 34%;">Оцінка за національною шкалою для заліку</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td style="text-align: center;">90 – 100</td> <td style="text-align: center;"><b>A</b></td> <td rowspan="5" style="text-align: center; vertical-align: middle;">зараховано</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">80 – 89</td> <td style="text-align: center;"><b>B</b></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">70 – 79</td> <td style="text-align: center;"><b>C</b></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">60 – 69</td> <td style="text-align: center;"><b>D</b></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">50 – 59</td> <td style="text-align: center;"><b>E</b></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">26 – 49</td> <td style="text-align: center;"><b>FX</b></td> <td style="text-align: center;">не зараховано з можливістю повторного складання</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">0-25</td> <td style="text-align: center;"><b>F</b></td> <td style="text-align: center;">не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни</td> </tr> </tbody> </table>					Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою для заліку	90 – 100	<b>A</b>	зараховано	80 – 89	<b>B</b>	70 – 79	<b>C</b>	60 – 69	<b>D</b>	50 – 59	<b>E</b>	26 – 49	<b>FX</b>	не зараховано з можливістю повторного складання	0-25	<b>F</b>	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни
Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою для заліку																							
90 – 100	<b>A</b>	зараховано																							
80 – 89	<b>B</b>																								
70 – 79	<b>C</b>																								
60 – 69	<b>D</b>																								
50 – 59	<b>E</b>																								
26 – 49	<b>FX</b>	не зараховано з можливістю повторного складання																							
0-25	<b>F</b>	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни																							
Вимоги до письмової	Написати розв'язання запропонованих задач з поясненнями																								

роботи	(10 балів за кожну задачу аудиторної контрольної роботи та 4 бали – домашньої контрольної роботи).
Умови допуску до підсумкового контролю	Набрати не менше половини балів за кожну з форм оцінювання.

### 7. Політика курсу

Самостійне та своєчасне виконання завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей). Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилання на джерела інформації у разі використання запозичених ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба) навчання може відбуватись індивідуально (за погодженням із деканом факультету). Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат, опрацювання рекомендованої літератури тощо). Пропущені заняття студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні "незадовільно" отримані студентом під час засвоєння відповідної теми перескладаються викладачеві до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

### 8. Рекомендована література

1. Васильева А. Б., Тихонов Н. А. Интегральные уравнения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. – 160с.
2. Верлань А. Ф., Сизиков В. С. Интегральные уравнения: методы, алгоритмы, программы. Справочное пособие.– К.: Наукова думка, 1986. – 544с.
3. Головач Г. П., Калайда О. Ф. Збірник задач з диференціальних та інтегральних рівнянь. – К.: Техніка, 1997. – 288с.
4. Краснов М. Л. Интегральные уравнения. Введение в теорию. –М.: КомКнига, 2006. – 304с.
5. Краснов М. Л., Киселев А. И., Макаренко Г. И. Интегральные уравнения. Задачи и примеры с подробными решениями. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 192с.
6. Кривошея С. А., Перестюк М. О., Бурим В. М. Диференціальні та інтегральні рівняння. – К.: Либідь, 2004. – 408с.
7. Цегелик Г. Г. Наближені методи розв'язування крайових задач для диференціальних рівнянь з частинними похідними та інтегральних рівнянь. – Львів: Вид. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2008. – 140с.
8. Петровский И. Г. Лекции по теории линейных интегральных уравнений. – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 120с.
9. Василюшин Т.В., Гой Т.П., Федак І.В. Інтегральні рівняння. Навчальний посібник. – Івано-Франківськ: Голіней, 2016. – 224с.
10. Гой Т. П., Махней О. В. Диференціальні та інтегральні рівняння. – Івано-Франківськ: Видавничо-дизайнерський відділ ЦІТ Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, 2011. – 250с.
11. Колмогоров А. М., Фомін С. В. Елементи теорії функцій і функціонального аналізу. – К.: Вища школа, 1974. – 456с.
12. Лизоркин П. И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами математического анализа. – М.: Наука, 1981. – 383с.
13. Манжиров А. В., Полянин А. Д. Справочник по интегральным уравнениям: Методы решения. – М.: Факториал Пресс, 2000. – 384с.
14. Полянин А. Д., Манжиров А. В. Справочник по интегральным уравнениям: Точные



решения. – М.: Факториал, 1998. – 432с.

15. *Федак І. В.* Функціональний аналіз. Навчальний посібник. – Івано-Франківськ.: Сімик, 2011. – 120с.

**Викладач \_\_\_\_\_ Федак Іван Васильович**