

Державний вищий навчальний заклад
“Прикарпатський національний університет імені Василя
Стефаника”

Факультет математики та інформатики
Кафедра алгебри та геометрії

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія категорій

(шифр і назва навчальної дисципліни)

Рівень освіти	Бакалавр
	(назва рівня вищої освіти)
Галузь знань	11 — Математика та статистика
	(шифр і назва галуза)
Спеціальність(ості)	111 — Математика
	(шифр і назва спеціальності(ей))
Освітня програма	Математика
	(назва програми)

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №1 від 31.08.2020

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

Назва дисципліни	Теорія категорій
Викладач(-і)	Никифорчин О.Р.
Контактний телефон викладача	59-60-16
Е-mail викладача	oleh.nykyforchyn@pnu.edu.ua
Формат дисципліни	Лекції та лабораторні заняття
Обсяг дисципліни	3 кредити
Посилання на сайт дистанційного навчання	d-learn.pnu.edu.ua
Консультації	Середа, 16 ⁰⁰

2. АНОТАЦІЯ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія категорія є сучасним розділом алгебри, створеним у середині минулого століття внаслідок формалізації основних рис конструкцій алгебраїчної топології. Її можна розуміти як мову сучасної математики, яка дозволяє візуалізувати складні набори множин та відображень між ними і замінити теорію множин як основу математики “безелементним” підходом.

3. МЕТА І ЗАВДАННЯ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

3.1. Мета викладання дисципліни. Вивчення теорії категорій дозволяє зрозуміти причину аналогій між результатами загальної і лінійної алгебри, функціонального аналізу, спільність між прямими добутками груп, добутками метричних і топологічних просторів тощо, категорний зміст логіки і програмування. Матеріал даного курсу буде використаний при викладанні

спеціальних курсів у галузях комп'ютерних наук (типізація і переписування), топології (обернені спектри), аналізу (прямі і зворотні послідовності), алгебри (вільні групи і напівгрупи).

3.2. Завдання вивчення дисципліни. При вивченні основ теорії категорій студент повинен засвоїти поняття категорії, основні приклади категорій у алгебрі, топології, аналізі, програмуванні, знати початкові, кінцеві і нульові об'єкти, моно-, епі- і ізоморфізми у цих категоріях. Потрібно також оволодіти апаратом границь і кограниць, знати приклади і можливі властивості функторів і природних перетворень.

У результаті вивчення дисципліни студент буде здатний:

- перевіряти, чи є сім'я множин з додатковою структурою і відображень між ними, що зберігають цю структуру, категорією;
- перевіряти властивості об'єктів та стрілок у категорії;
- знаходити границі та кограниці діаграм;
- перевіряти, чи є конструкція алгебри, топології чи аналізу функторіальною, і перевіряти властивості відповідного функтора.

4. КОМПЕТЕНТНОСТІ ТА РЕЗУЛЬТАТИ НАВЧАННЯ

Цілісне уявлення про математику, її сучасний стан, виникнення і шляхи розвитку, її місце в системі наукових знань людства. Здатність розпізнати стандартні структури і перевірити стандартні властивості алгебри, дискретної математики, геометрії, аналізу, диференціальних рівнянь і теорії ймовірностей, зокрема, для об'єктів з інших розділів математики чи інших галузей знання і практики.

Відтворювати історичний розвиток математичних знань та парадигм, знати сучасні тенденції в математиці. Застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

5. ОРГАНІЗАЦІЯ НАВЧАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Обсяг дисципліни	
Вид заняття	Загальна кількість годин
Лекції	20
Практичні	20
Лабораторні	
Самостійна робота	50

Ознаки дисципліни				
Спеціальність, освітня програма	Рівень освіти	Курс (рік навчання)	Семестр	Нормативна/ вибіркова
111 — Математика, Математика	Бакалавр	4-й	8-й	вибіркова

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Семестр 8						
Змістовий модуль 1. Категорії. Об'єкти, стрілки та діаграми. Дії над категоріями. Функтори і природні перетворення.						
Тема 1. <i>Означення категорії. Приклади категорій.</i>	8	2	2			4
Тема 2. <i>Стрілки та їх властивості. Скоротні та оборотні зліва (справа) стрілки. Епіморфізми та мономорфізми в категорії множин. Ізоморфізми, початкові та кінцеві об'єкти. Їх опис в категорії множин.</i>	10	2	2			6

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 3. <i>Діаграма. Комутативність діаграми. Приклади комутативних і некомутативних діаграм.</i>	10	2	2			6
Тема 4. <i>Дії над категоріями : підкатегорія, добуток категорій. Обернена категорія, дуальність, дуальні факти та поняття. Категорії стрілок та закручених стрілок. Категорії “об’єктів над A” та “об’єктів під A”.</i>	10	2	2			6
Тема 5. <i>Комутативні конуси над діаграмою. Категорія $\text{Cone}(D)$. Границя діаграми як кінцевий об’єкт. Означення границі діаграми як універсального конуса. Приклади та властивості границь діаграм.</i>	10	2	2			6
Тема 6. <i>Існування границь. Добутки, пуллбеки та зрівнювачі. Кограниці. Кодобутки (суми), пушаути і козрівнювачі.</i>	10	2	2			6
Тема 7. <i>Поняття коваріантного та контрваріантного функтора. Приклади. Властивості функторів. Повнота і правдивість. Збереження та відбиття функторами властивостей об’єктів та стрілок.</i>	16	4	4			8
Тема 8. <i>Поняття та приклади природних перетворень. Дії над природними перетвореннями. Монади та їх зв’язок з вільними об’єктами. Застосування у комп’ютерних науках. Уявлення про монади у Haskell.</i>	14	4	2			8
Тема 9. <i>Контрольна робота.</i>	2		2			
Всього за модуль:	90	20	20			50
Всього за семестр:	90	20	20			50
Усього годин:	90	20	20			50

6. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Володіння матеріалом дисципліни студенти виявляють при написанні контрольної роботи, які містять два теоретичні і два практичні завдання, оцінені відповідно по 15 та по 10 балів. Максимальний бал за контрольну роботу (50 балів) доповнюється 50 балами, які студент може отримати на іспиті.

За активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на заняттях оцінка може бути підвищена щонайбільше на 5 балів.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

7. ПОЛІТИКА КУРСУ

Самостійне та своєчасне виконання завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей). Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилання на джерела інформації у разі використання запозичених ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба) навчання може відбуватись індивідуально (за погодженням із деканом факультету). Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом відповідно до вимог кафедри (співбесіда, реферат, опрацювання рекомендованої літератури тощо). Пропущені заняття студент відпрацьовує

згідно з графіком консультацій. Поточні "незадовільно"отримані студентом під час засвоєння відповідної теми перескладаються викладачеві до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

8. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М., Наука, 1977.
2. Общая алгебра, Т.2. Под ред. Л.А. Скорнякова. М.: Наука, 1991.
3. М.Ш. Цаленко, А.Г. Шульгейфер. Основы теории категорий. М.: Наука, 1974.

Додаткова література

4. M. Barr, Ch. Wells Toposes, triples and theories. N.Y. e.a.: Springer, 1985.
5. Z. Semadeni, A. Wiweger. Wstęp do teorii karegorii i functorów. W.: PWN, 1972.

Викладач



Никифорчин О.Р.