

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА**



Факультет математики та інформатики
Кафедра алгебри та геометрії

СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Теорія категорій

Освітня програма	Математика
Спеціальність(ості)	111 — Математика
Галузь знань	11 — Математика та статистика
Рівень освіти	Бакалавр

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №7 від 29.03. 2022

ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Контактна інформація
3. Опис дисципліни
4. Структура курсу
5. Система оцінювання курсу
6. Політика курсу
7. Рекомендована література

1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

Назва дисципліни	Теорія категорій	
Освітня програма	Математика	
Спеціальність	111 — Математика	
Галузь знань	11 — Математика та статистика	
Освітній рівень	бакалавр	
Статус дисципліни	вибіркова	
Рік підготовки / семестр	4-й / 7-й	
Обсяг дисципліни	6 кредитів	
Розподіл за видами занять	Лекції:	30
	Практичні:	30
	Лабораторні:	
	Самостійна робота:	120
Мова викладання	українська	
Посилання на сайт дистанційного навчання	https://test-d-learn.pnu.edu.ua	

2. КОНТАКТНА ІНФОРМАЦІЯ

Кафедра	алгебри та геометрії, Шевченка 57, к. 405, katg.pnu.edu.ua
Викладач(-і)	Никифорчин О.Р.
Контактний телефон викладача	59-60-16
Е-mail викладача	oleh.nykyforchyn@pnu.edu.ua
Консультації	Середа, 16 ⁰⁰

3. ОПИС КУРСУ

3.1. Анотація дисципліни. Теорія категорій є сучасним розділом алгебри, створеним у середині минулого століття внаслідок формалізації основних рис конструкцій алгебраїчної топології. Її можна розуміти як мову сучасної математики, яка дозволяє візуалізувати складні набори множин та відображень між ними і замінити теорію множин як основу математики “безелементним” підходом.

3.2. Мета викладання дисципліни. Вивчення теорії категорій дозволяє зрозуміти причину аналогій між результатами загальної і лінійної алгебри, функціонального аналізу, спільність між прямими добутками груп, добутками метричних і топологічних просторів тощо, категорний зміст логіки і програмування. Матеріал даного курсу буде використаний при викладанні спеціальних курсів у галузях комп’ютерних наук (типізація і переписування), топології (обернені спектри), аналізу (прямі і зворотні послідовності), алгебри (вільні групи і напівгрупи).

3.3. Завдання вивчення дисципліни. При вивченні основ теорії категорій студент повинен засвоїти поняття категорії, основні приклади категорій у алгебрі, топології, аналізі, програмуванні, знати початкові, кінцеві і нульові об’єкти, моно-, епі- і ізоморфізми у цих категоріях. Потрібно також оволодіти апаратом границь і кограниць, знати приклади і можливі властивості функторів і природних перетворень.

У результаті вивчення дисципліни студент буде здатний:

- перевіряти, чи є сім’я множин з додатковою структурою і відображень між ними, що зберігають цю структуру, категорією;
- перевіряти властивості об’єктів та стрілок у категорії;
- знаходити границі та кограниці діаграм;
- перевіряти, чи є конструкція алгебри, топології чи аналізу функторіальною, і перевіряти властивості відповідного функтора.

3.4. Компетентності та результати навчання. Загальні компетентності: здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; знання й розуміння предметної області та професійної діяльності; здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями; здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел; здатність працювати автономно; визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності: здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання; здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем; здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.

Програмні результати навчання: Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці; розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми; розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями; розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей; відшуковувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації; Знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

4. СТРУКТУРА КУРСУ

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Семестр 7						
Змістовий модуль 1. Категорії. Об'єкти, стрілки та діаграми. Дії над категоріями. Функтори і природні перетворення.						
Тема 1. <i>Означення категорії. Приклади категорій.</i>	16	2	2			12
Тема 2. <i>Стрілки та їх властивості. Скоротні та оборотні зліва (справа) стрілки. Епіморфізми та мономорфізми в категорії множин. Ізоморфізми, початкові та кінцеві об'єкти. Їх опис в категорії множин.</i>	16	2	2			12
Тема 3. <i>Діаграма. Комутативність діаграми. Приклади комутативних і некомутативних діаграм.</i>	14	2	2			10
Тема 4. <i>Дії над категоріями : підкатегорія, добуток категорій. Оборнена категорія, дуальність, дуальні факти та поняття. Категорії стрілок та закручених стрілок. Категорії "об'єктів над A" та "об'єктів під A".</i>	24	4	4			16
Тема 5. <i>Комутативні конуси над діаграмою. Категорія $\text{Cone}(D)$. Границя діаграми як кінцевий об'єкт. Означення границі діаграми як універсального конуса. Приклади та властивості границь діаграм.</i>	24	4	4			16
Тема 6. <i>Існування границь. Добутки, пулбеки та зрівнювачі. Кограниці. Кодобутки (суми), пушаути і козрівнювачі.</i>	26	4	4			18
Тема 7. <i>Поняття коваріантного та контраваріантного функтора. Приклади. Властивості функторів. Повнота і правдивість. Збереження та відбиття функторами властивостей об'єктів та стрілок.</i>	26	6	4			16
Тема 8. <i>Поняття та приклади природних перетворень. Дії над природними перетвореннями. Монади та їх зв'язок з вільними об'єктами. Застосування у комп'ютерних науках. Уявлення про монади у Haskell.</i>	32	6	6			20

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 9. <i>Контрольна робота.</i>	2		2			
Всього за модуль:	180	30	30			120
Всього за семестр:	180	30	30			120
Усього годин:	180	30	30			120

5. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Володіння матеріалом дисципліни студенти виявляють при написанні контрольної роботи, які містять два теоретичні і два практичні завдання, оцінені відповідно по 15 та по 10 балів. Максимальний бал за контрольну роботу (50 балів) доповнюється 50 балами, які студент може отримати на іспиті.

За активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях оцінка може бути підвищена щонайбільше на 5 балів.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

6. ПОЛІТИКА КУРСУ

Самостійне та своєчасне виконання завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання (для осіб з особливими освітніми потребами ця вимога застосовується з урахуванням їхніх індивідуальних потреб і можливостей).

Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилання на джерела інформації у разі використання запозичених ідей, відомостей, розробок.

Відвідування занять є обов'язковим. За об'єктивних причин (наприклад, хвороба) навчання може відбуватись індивідуально (за погодженням із деканом факультету). Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом відповідно до вимог кафедри, що встановлені на засіданні кафедри (співбесіда, реферат, опрацювання рекомендованої літератури тощо). Пропущені практичні заняття студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні "незадовільно"отримані студентом під час засвоєння відповідної теми перескладаються викладачеві до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

7. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Александров П.С. Введение в теорию множеств и общую топологию. М., Наука, 1977.
2. Общая алгебра, Т.2. Под ред. Л.А. Скорнякова. М.: Наука, 1991.
3. М.Ш. Цаленко, А.Г. Шульгейфер. Основы теории категорий. М.: Наука, 1974.

Додаткова література

4. M. Barr, Ch. Wells Toposes, triples and theories. N.Y. e.a.: Springer, 1985.
5. Z. Semadeni, A. Wiweger. Wstęp do teorii kategoria i functorów. W.: PWN, 1972.

Викладач

Никифорчин О.Р.