

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ПРИКАРПАТСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ  
ІМЕНІ ВАСИЛЯ СТЕФАНІКА**



Факультет математики та інформатики  
Кафедра алгебри та геометрії

**СИЛАБУС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Теорія напівгруп**

Освітня програма	Математика
Спеціальність(ості)	111 — Математика
Галузь знань	11 — Математика та статистика
Рівень освіти	Бакалавр

Затверджено на засіданні кафедри

Протокол №7 від 29.03. 2022

## ЗМІСТ

1. Загальна інформація
2. Контактна інформація
3. Опис дисципліни
4. Структура курсу
5. Система оцінювання курсу
6. Політика курсу
7. Рекомендована література

## 1. ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ

<b>Назва дисципліни</b>	Теорія напівгруп	
<b>Освітня програма</b>	Математика	
<b>Спеціальність</b>	111 — Математика	
<b>Галузь знань</b>	11 — Математика та статистика	
<b>Освітній рівень</b>	бакалавр	
<b>Статус дисципліни</b>	вибіркова	
<b>Рік підготовки / семестр</b>	3-й / 6-й	
<b>Обсяг дисципліни</b>	6 кредитів	
<b>Розподіл за видами занять</b>	Лекції:	30
	Практичні:	30
	Лабораторні:	
	Самостійна робота:	120
<b>Мова викладання</b>	українська	
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	<a href="https://test-d-learn.pnu.edu.ua">https://test-d-learn.pnu.edu.ua</a>	

## 2. КОНТАКТНА ІНФОРМАЦІЯ

<b>Кафедра</b>	алгебри та геометрії, Шевченка 57, к. 405, katg.pnu.edu.ua
<b>Викладач(-і)</b>	Гаврилків В.М.
<b>Контактний телефон викладача</b>	59-60-16
<b>Е-mail викладача</b>	<a href="mailto:volodymyr.gavrylkiv@pnu.edu.ua">volodymyr.gavrylkiv@pnu.edu.ua</a>
<b>Консультації</b>	Вівторок, 16 <sup>00</sup>

### 3. ОПИС КУРСУ

**3.1. Анотація до навчальної дисципліни.** Навчальна дисципліна “Теорія напівгруп” займає одне із центральних місць у системі професійної науково-предметної підготовки фахівця з математики. У цьому курсі вивчаються основи алгебраїчної теорії напівгруп, зокрема будова напівгруп, різні типи напівгруп, морфізми напівгруп, відношення Гріна.

**3.2. Мета і завдання навчальної дисципліни.** Метою даного курсу є розгляд основних типів напівгруп, таких як циклічні, вільні, інверсні, кліффордові, регулярні, прості напівгрупи, напівгрупи перетворень; вивчення методів побудови нових напівгруп на основі вже існуючих: піднапівгруп, фактор-напівгруп, прямих добутків і сум та ін. Одним з основних завдань є опис структури напівгруп: максимальних підгруп, ідемпотентів, (мінімальних) ідеалів і вивчення зв’язаних з ними властивостей і відношень. Вказати на значення дисципліни в курсі алгебри і теорії чисел і математики взагалі, її застосування в наукових дослідженнях.

Теорія напівгруп є областю сучасної алгебри, яка найбільш інтенсивно розвивається в наш час. Вона має дуже тісні зв’язки з практично усіма математичними дисциплінами: топологією, диференціальною геометрією, функціональним аналізом, теорією графів, теорією, алгоритмів, абстрактною теорією автоматів, комбінаторикою чисел. Ці зв’язки, в основі більшості з яких лежить простий, але принциповий факт, що множення елементів асоціативне, сприяють життєздатності теорії напівгруп і визначають можливість її застосувань.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

основні поняття і теореми з теорії напівгруп, типи напівгруп, їх будову, відношення Гріна;

вміти:

- застосовувати стандартні методи і алгоритми теорії напівгруп при розв’язуванні задач;

- наводити приклади, які демонструють сутність теоретичних понять, фактів або спростовують хибні твердження;
- перевіряти, чи є задана алгебраїчна структура є напівгрупою, моноїдом, квазігрупою чи групою;
- знаходити порядок елемента напівгрупи;
- знаходити піднапівгрупи та підгрупи даної напівгрупи, будувати фактор-напівгрупи;
- описувати гоморфізми заданих напівгруп;
- встановлювати ізоморфізм напівгруп;
- описувати центр напівгрупи;
- знаходити ідемпотенти, групові елементи і максимальні підгрупи;
- описувати дільники нуля та одиниці в напівгрупі, знаходити ідеали напівгрупи;
- будувати відношення Гріна.

### 3.3. Компетентності та результати навчання. Загальні компетентності:

- здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
- здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
- знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
- здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
- здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;
- здатність працювати автономно;
- визначеність і наполегливість щодо поставлених завдань і взятих обов'язків.

### Спеціальні (фахові, предметні) компетентності:

- здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
- Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.

Програмні результати навчання:

- знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;
- розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;
- розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;
- розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;
- знати теоретичні основи і застосовувати алгебраїчні методи для вивчення математичних структур.

#### 4. СТРУКТУРА КУРСУ

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
<b>Семестр 6</b>						
<b>Змістовий модуль 1. Будова напівгруп. Типи напівгруп.</b>						
Тема 1. Основні означення. Взаємозв'язки між поняттями. Тести асоціативності. [1, 3, 5]	13	2	2			9
Тема 2. Однороджені напівгрупи. Періодичні та локально скінченні напівгрупи. [3, 4, 5, 6]	12	2	2			8
Тема 3. Оборотні елементи і максимальні підгрупи. Кліфордові напівгрупи. [1, 2, 3, 5, 7]	12	2	2			8

Тематика дисципліни						
Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	вс.	лек.	пр.	лаб.	інд.	сам.
Тема 4. <i>Напівгрупа відношень на множині. Повна напівгрупа перетворень.</i> [1, 3, 4, 6]	13	2	2			9
Тема 5. <i>Морфізми напівгруп. Вкладення напівгрупи в повну напівгрупу перетворень. Групи ендоморфізмів та автоморфізмів напівгрупи.</i> [1, 2, 4, 5, 6, 7]	12	2	2			8
Тема 6. <i>Конгруенції та факторнапівгрупи. Основна теорема про гомоморфізми для напівгруп. Факторнапівгрупа <math>P/a</math>.</i> [3, 4, 5, 7]	13	2	2			9
Тема 7. <i>В'язки, напівгратки та гратки. Прямокутна в'язка.</i> [1, 3, 4, 5, 7]	13	2	2			9
Тема 8. <i>Регулярні та інверсні напівгрупи. Симетрична інверсна напівгрупа.</i> [3, 4, 5, 6]	13	2	2			9
Тема 9. <i>Прямі добутки і суми напівгруп.</i> [1, 3, 5]	12	2	2			8
Тема 10. <i>Вільні напівгрупи. Твірні і визначальні співвідношення.</i> [3, 4, 6]	14	2	2			10
Тема 11. <i>Напівгрупа з нульовим множенням. Напівгрупи лівих та правих нулів.</i> [2, 3, 5, 8]	11	2	2			7
Тема 12. <i>Біциклічна напівгрупа.</i> [3, 4, 5, 6]	12	2	2			8
Тема 13. <i>Вкладення напівгруп в групи. Праві напівгрупи.</i> [3, 5, 6, 8]	12	2	2			8
Тема 14. <i>Відношення Гріна.</i> [3, 4, 5, 6, 7]	18	4	4			10
Всього за модуль:	180	30	30			120
Всього за семестр:	180	30	30			120
Усього годин:	180	30	30			120

## 5. СИСТЕМА ОЦІНЮВАННЯ ДИСЦИПЛІНИ

Володіння матеріалом дисципліни студенти виявляють при написанні аудиторної контрольної роботи та колоквіуму. Бали між контрольною роботою і колоквіумом розподіляються рівномірно.

За активну і змістовну участь у розв'язуванні задач на практичних заняттях оцінка за кожен модуль може бути підвищена щонайбільше на 5 балів.

Отримана за семестр сума балів множиться на такий коефіцієнт, щоб максимальна можлива сума балів (без додаткових) становила 50.

Максимальна можлива оцінка на іспиті — 50 балів. Сума балів за семестр та за іспит визначає підсумкову оцінку згідно поданої нижче таблиці.

Сума балів за всі види навчальної діяльності протягом семестру	Оцінка ЄКТС	Оцінка за національною шкалою
90 – 100	A	відмінно
80 – 89	B	добре
70 – 79	C	добре
60 – 69	D	задовільно
50 – 59	E	достатньо
1 – 49	FX	незадовільно

## 6. ПОЛІТИКА КУРСУ

Самостійне виконання завдань поточного та підсумкового контролю результатів навчання, здійснюється під керівництвом викладача який веде заняття, із наступним їх захистом. Важливим є надання достовірної інформації про результати власної навчальної (наукової, творчої) діяльності та посилання на джерела інформації у разі використання ідей, відомостей, розробок. Плагіат та інші види академічної недоброчесності не принесуть позитивного результату, а тому не рекомендуються.



Відвідування занять є обов'язковим. Засвоєння пропущеної теми лекції з поважної причини перевіряється під час складання підсумкового контролю. Пропуск лекції з неповажної причини відпрацьовується студентом відповідно вимог кафедри (співбесіда, реферат тощо). Пропущені практичні заняття, незалежно від причини пропуску, студент відпрацьовує згідно з графіком консультацій. Поточні "незадовільно", отримані студентом під час засвоєння відповідної теми на практичному занятті, перескладаються викладачеві до складання підсумкового контролю з обов'язковою відміткою у журналі обліку роботи академічних груп.

## 7. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Гаврилків В.М. *Елементи теорії груп та теорії кілець: навчальний посібник* / В.М. Гаврилків. – Івано-Франківськ: Голіней, 2016. – 148 с.
2. Ганюшкін О.Г. *Завдання до практичних занять з алгебри і теорії чисел (теорія груп)* / О.Г. Ганюшкін, О.О. Безущак. – Київ: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2007. – 103 с.
3. Клиффорд А. *Алгебраическая теория полугрупп* / А. Клиффорд, Г. Престон. – М.: Мир, 1972. – 285 с.
4. Лаллеман Ж. *Полугруппы и комбинаторные приложения* / Ж. Лаллеман. – М.: Мир, 1985. – 440 с.
5. J.M. Howie, *Fundamentals of semigroup theory* (The Clarendon Press, Oxford University Press, New York, 1995).

## Допоміжна література

6. *Общая алгебра* / [Артамонов В. А., Салий В. Н., Скорняков Л. А. и др.]; под ред. Л. А. Скорнякова. – М.: Наука, 1990. – Т. 2. – 479 с.
7. Hindman N. *Algebra in the Stone-Čech compactification* / N. Hindman, D. Strauss. – Berlin, New York: de Gruyter, 1998. – 485 p.
8. Protasov I. *Combinatorics of Numbers* / I. Protasov. – Lviv: VNTL, 1997. – Vol. 2. – 70 p.

Викладач

Гаврилків В.М.