

**Прикарпатський національний університет
імені Василя Стефаника**

**Завдання першого туру дистанційного етапу
Всеукраїнської олімпіади з математики
для професійної орієнтації вступників
на базі повної загальної середньої освіти**

www: katg.pnu.edu.ua

mailto: katg@pnu.edu.ua

1. Вовк разом з ведмедем важить втричі більше, ніж вовк разом з лисицею, а лисиця вшестеро легша за ведмедя. У скільки разів вовк з ведмедем важчі за лисицю?

2. За успіхи у футболі Незайка нагородили лотерейним квитком з написом “Ваш виграш становитиме x гривень так, що x^2 буде більше за $10x$, але x^3 не повинне перевищувати $10x^2$ ”. Допоможіть Незайкові оцінити перспективи його розбагатіння.

3. Знайдіть пари цілих чисел x, y , для яких виконано рівність

$$x^2 + y^2 = x + y + 2.$$

4. Двом демонам доручили по чергово охороняти сулію з бальзамом щастя. Щоночі черговий демон випиває чверть вмісту сулії і доливає до попереднього рівня водою. Яка частка щастя перепаде кожному з демонів, якщо перед ними вічність?

5. Президент тропічної країни оголосив програму “Мільйон баобабів”, причому кожен з них повинен мати висоту рівно 46 метрів. Жителям роздали по дві пляшечки чарівних добрив, одним з яких кожне деревце можна поливати раз на місяць. Перше добриво додає 1 метр до висоти, а друге подвоює висоту. За скільки місяців громадяни встигнуть завершити програму, щоб втішити свого президента, якщо зернята щойно висіяно?

6. Розглянемо всі кола, в яких існують дві взаємно перпендикулярні хорди довжин 6 см і 8 см, що перетинаються. Якими є найменший і найбільший з діаметрів цих кіл?

7. Мер міста Європейська хоче збудувати міст через річку. Найнята для цього фірма за перший рік роботи збудувала $\frac{1}{4}$ мосту, за другий рік збудувала $\frac{1}{5}$ мосту, за третій $\frac{1}{6}$ мосту, і планує і далі працювати за такою системою. Мер стверджує, що міст буде добудовано, а його критики сумніваються у цьому. Хто з них правий?

8. Квадратний майданчик викладено 100 плитами $1\text{ м} \times 1\text{ м}$. Яку найменшу кількість з цих плит потрібно зафарбувати, щоб з кожного кута майданчика можна було дійти до будь-якого іншого кута, ступаючи тільки по зафарбованих плитах (переступати можна з плити на сусідню плиту, з якою є спільна сторона).

9. Вісім однакових куль діаметра 1 м дотикаються одна до одної так, що центри куль розташовані у вершинах куба. Який найменший можливий діаметр кулі, що вміщує ці вісім куль?

10. У зв'язку з швидким старінням інформаційних технологій продуктивність праці програміста, що не підвищує свою кваліфікацію, кожного місяця на 10% менша, ніж попереднього. Якщо програміст протягом місяця вивчить новий фреймворк, наступного місяця його продуктивність зросте до максимальної, однак протягом цього місяця вона становитиме половину від максимальної. Раз на скільки місяців Ви б порадили програмістові підвищувати кваліфікацію?

Задача є складною, тому можна вживати комп'ютер, але потрібно пояснити, що і навіщо рахується.

“Затверджую”



Голова предметно-методичної комісії

Дата оприлюднення : 11 березня 2024 року

Розв'язання та їх можливі доповнення або виправлення надіслати до :
23 березня 2024 року

Поштова адреса: Факультет математики та інформатики Прикарпатського національного університету імені Василя Стефаника, вул. Шевченка 57/317, Івано-Франківськ, 76018

Електронна адреса: **katg@pnu.edu.ua**, тема “Олімпіада”